

TAREA 1: Entregar la solución al ejercicio al ejercicio E=1+mod(dni,3) de la Hoja de Ejercicios 3. Es decir, elegir, utilizando la función de Matlab indicada y el dni del alumno, un ejercicio entre los ejercicios 1, 2 y 3.

Realizamos el cálculo con el número de DNI para obtener el ejercicio a realizar. En mi caso, el ejercicio es el número 2.

EJERCICIO 2: Representar el lugar de las raíces del sistema en lazo cerrado $G_{LC}(s)$ cuando $G(s)$ tiene el siguiente valor:

$$G_{LC}(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

$$G(s) = \frac{s - 5}{(s + 8)(s^2 + 8s + 164)}$$

Usando Matlab, obtenemos la siguiente función para $G_{LC}(s)$ en función del valor de K:

$$G_{LC}(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} \left\} G_{LC}(s) = \frac{Ks - 5K}{s^3 + 16s^2 + (K + 228)s - 5K + 1312}\right.$$

1) Calcular el valor de K que asegura la estabilidad:

Establecemos un valor de $K = 1$ y realizamos el comando `rtool` para proceder a observar el lugar de las raíces de la función $G_{LC}(s)$ calculada anteriormente.

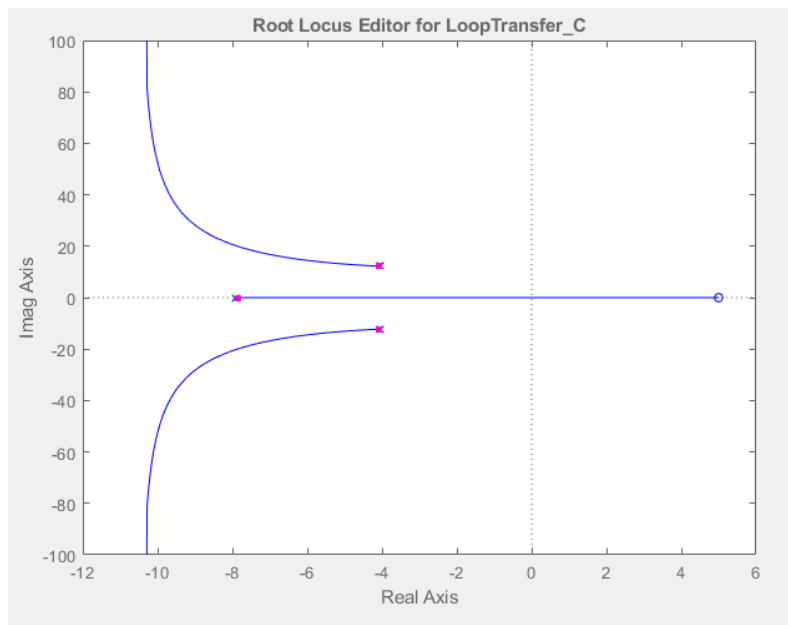


Figura 1: Posición de los ceros y polos de $G_{LC}(s)$ para $K = 1$.

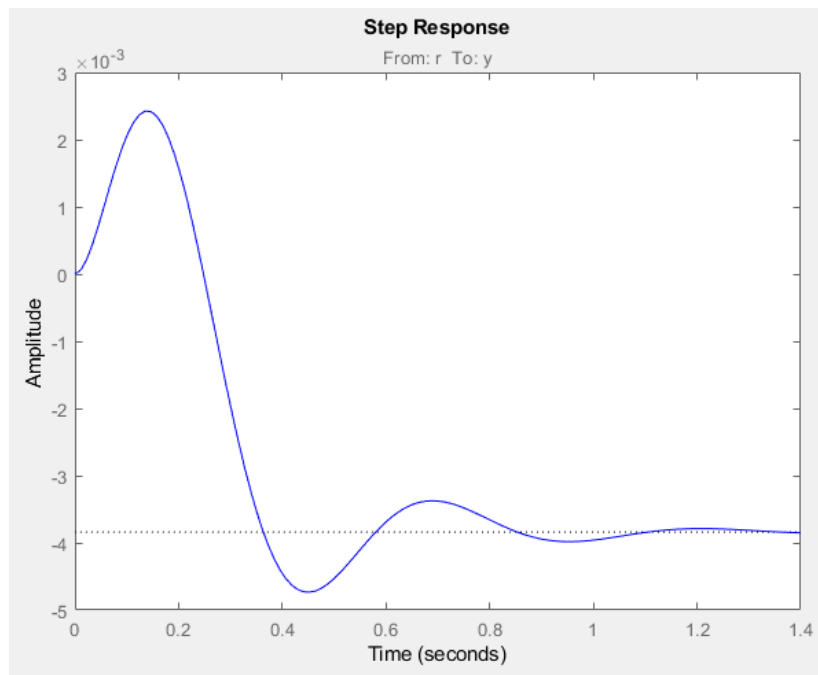


Figura 2: Respuesta a la entrada escalón de $G_{LC}(s)$ para $K = 1$.

Vemos que para $K = 1$, el sistema es estable y comenzamos a cambiar el valor de K dentro de *rltool* moviendo los polos del sistema por las líneas de tendencia.

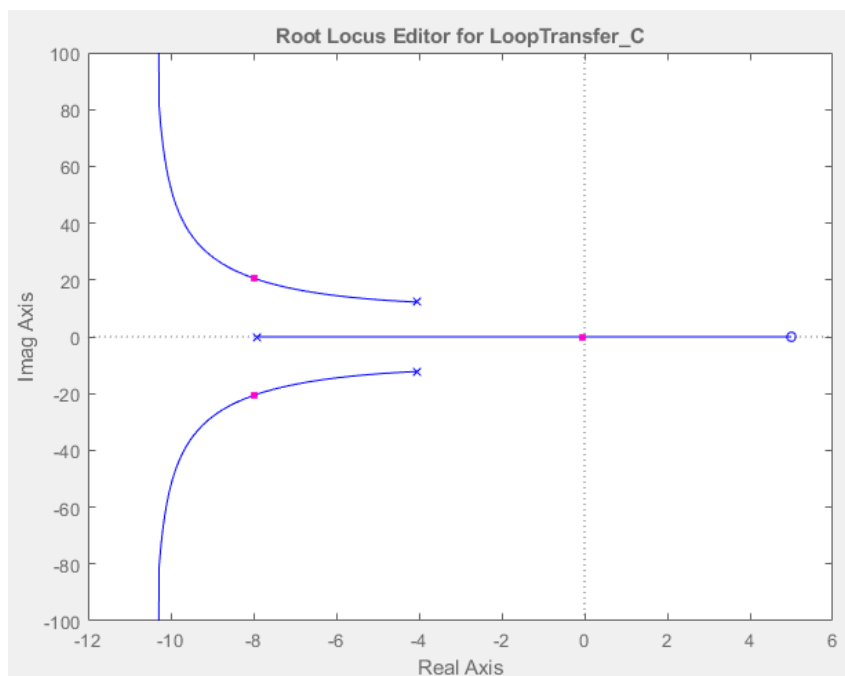


Figura 3: Posición de los ceros y polos de $GLC(s)$ para K en el límite de la estabilidad.

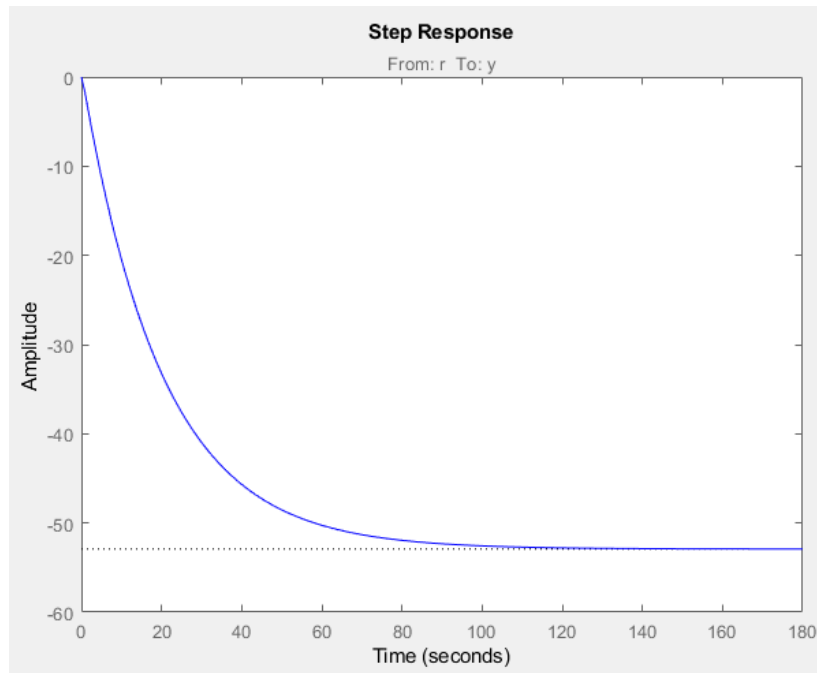


Figura 4: Respuesta a la entrada escalón de GLC(s) para K en el límite de la estabilidad.

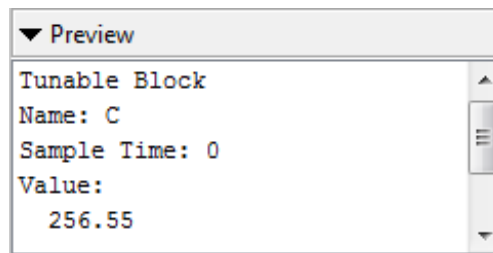


Figura 5: Valor de K en el límite de la estabilidad.

Tras obtener el valor de K en el límite de la estabilidad, podemos asegurar que el sistema es estable para el $K < 256.55$ aproximadamente.

Estabilidad para : $K < 256.55$

- 2) Calcular el valor de K que hace que los polos dominantes tengan una $\zeta = 0,3$. Calcular las raíces correspondientes.

Nos dan el dato de ζ y gracias a dicho dato podemos calcular el porcentaje de sobre-elongación.

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{0.3\pi}{\sqrt{1-0.3^2}}} = e^{-\frac{0.3\pi}{0.9539}} = e^{-0.988} = 0.3723 \rightarrow M_p = 37.23 \%$$

TEC 3: Estabilidad

Una vez obtenida el valor de la sobre-elongación, indicamos un requisito nuevo dentro de *rltool* y nos indica el área (en amarillo) la zona que no cumple el valor de sobre-elongación $< MP$ calculado, y el área en blanco si se cumple la condición de sobre-elongación $< MP$ calculado.

En nuestro caso, la condición que cumple $\zeta = 0,3$ se encuentra justo en “frontera” entre las áreas blanca y amarilla.

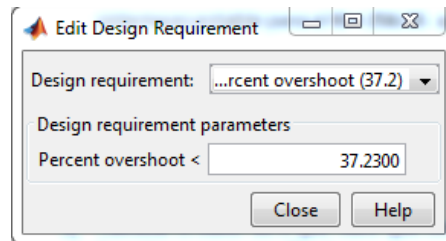


Figura 6: Requisito indicado a *rltool*.

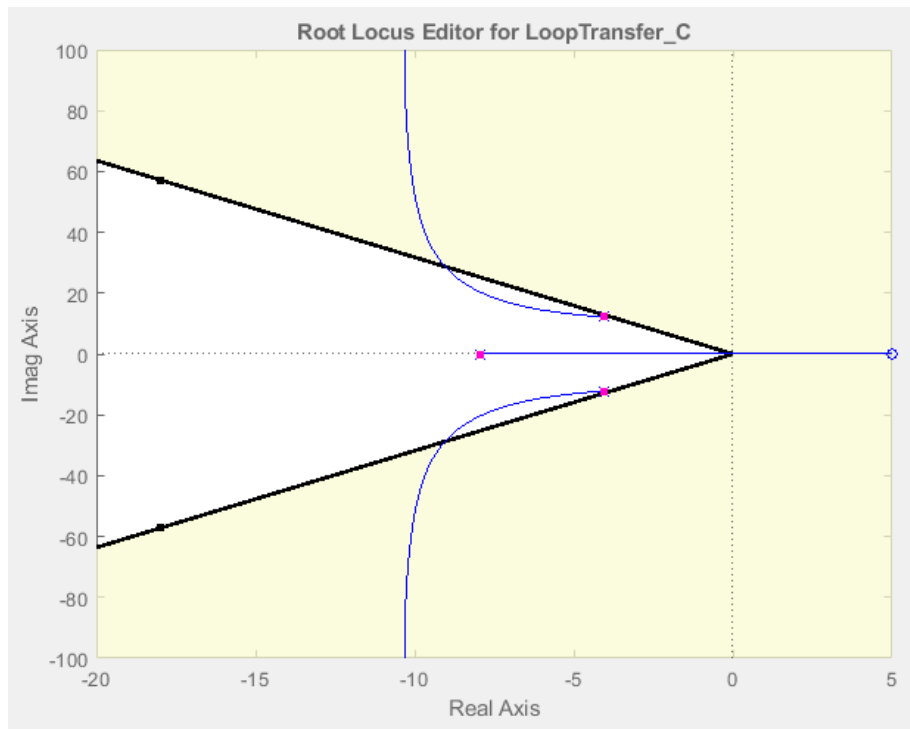


Figura 7: Posición de los ceros y polos de $GLC(s)$ con el requisito de $< MP$ indicado en la Figura 6 (área amarilla no cumple condición y área blanca cumple la condición) hacia la derecha.

Observando la posición de los ceros y los polos de la Figura 7, se puede apreciar que el polo complejo conjugado no podrá llegar a la “frontera”, y en otras palabras, no se cumplirá la condición de $\zeta = 0,3$ hacia la derecha. Procedemos a ampliar la Figura 7 para comprobar lo antes mencionado.

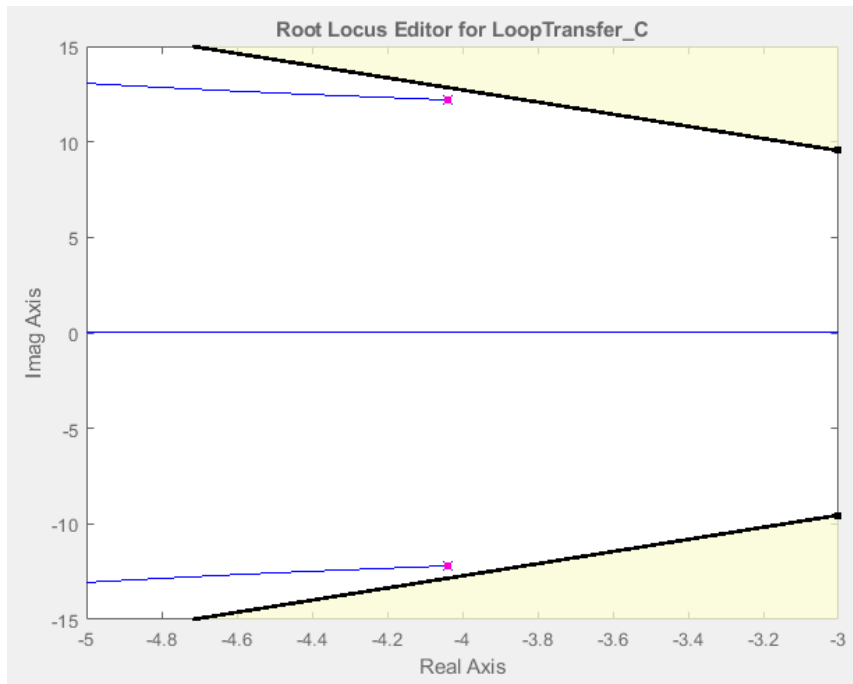


Figura 8: Posición de los ceros y polos de GLC(s) con el requisito de $\zeta < MP$ indicado en la Figura 6 (área amarilla no cumple condición y área blanca cumple la condición). Ampliación de la Figura 7 del polo complejo conjugado.

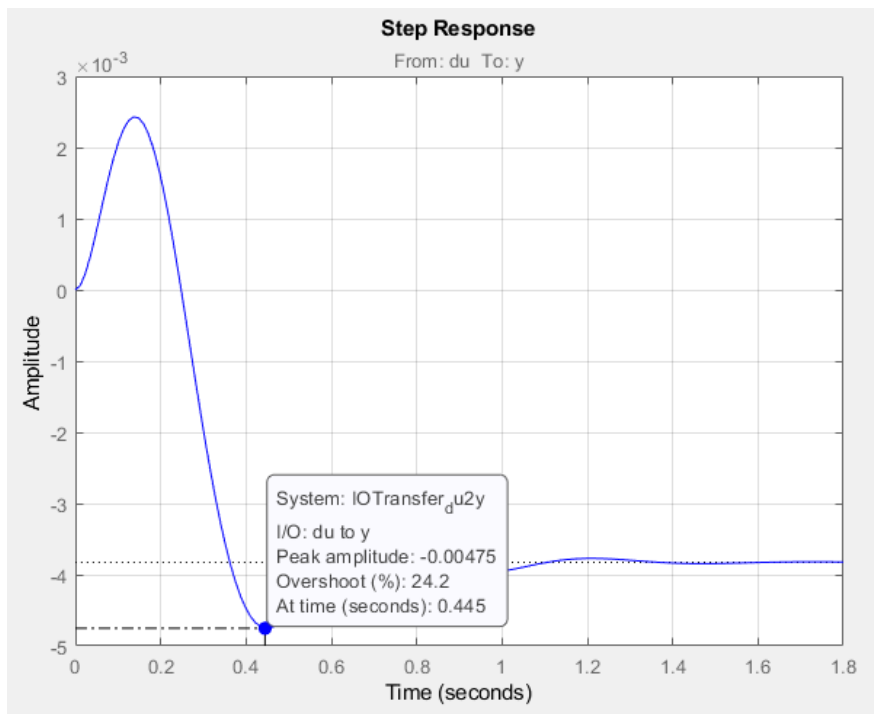


Figura 9: Respuesta a la entrada escalón de la Figura 6.

Se verifica que el porcentaje de sobre-elongación no se cumple por la razón anterior mencionada (no se puede alcanzar la “frontera”).

Procedemos a comprobar si se puede cumplir la condición $\zeta = 0,3$ hacia la izquierda en el lugar de las raíces.

TEC 3: Estabilidad

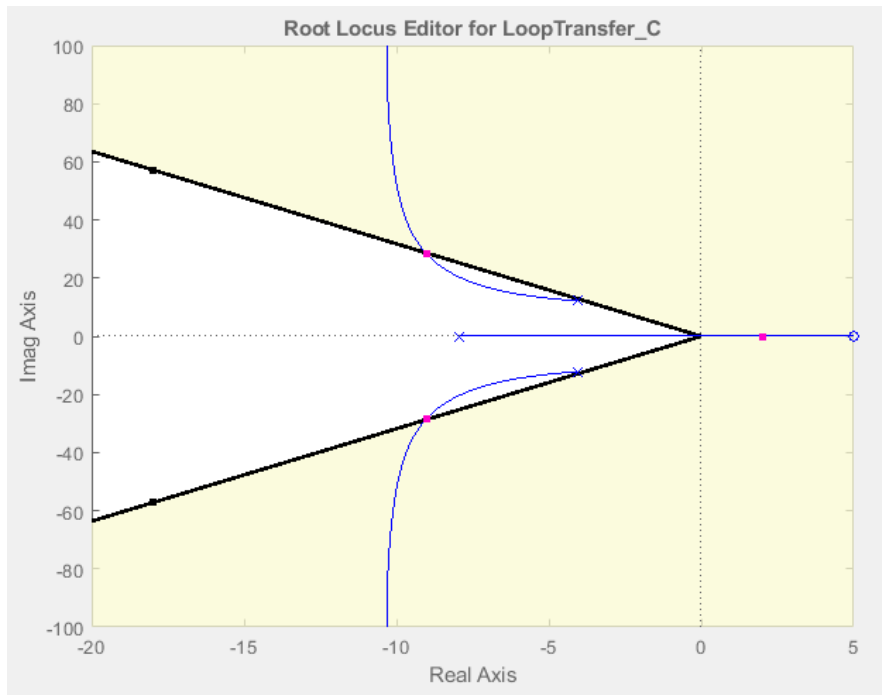


Figura 10: Posición de los ceros y polos de GLC(s) con el requisito de $\zeta < MP$ indicado en la Figura 6 (área amarilla no cumple condición y área blanca cumple la condición) hacia la izquierda.

El otro punto donde se posicionan el polo complejo conjugado sobre la “frontera” de las áreas, indica que el sistema es inestable porque tenemos un polo en la parte real positiva del eje X.

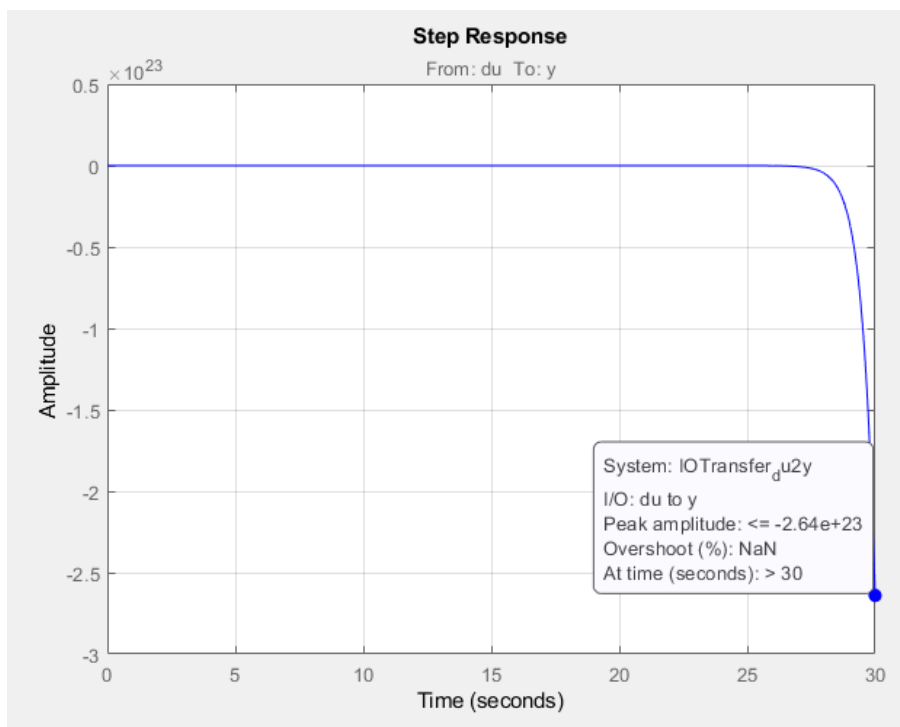


Figura 11: Respuesta a la entrada escalón de la Figura 10.

En conclusión, no hay ningún valor de K para cumplir la condición $\zeta = 0,3$.

- 3) Calcular el valor de K que hace que los polos dominantes tengan una $\omega_n = 15$ rad/s. Calcular las raíces correspondientes.

Para cumplir esta condición, simplemente indicamos una nueva característica en *rltool*. A la hora de indicar la característica, se generara un área de color amarillo donde $\omega_n < 15$ rad/s, y un área blanca donde $\omega_n > 15$ rad/s. La frontera entre las dos áreas cumple la condición del enunciado de $\omega_n = 15$ rad/s.

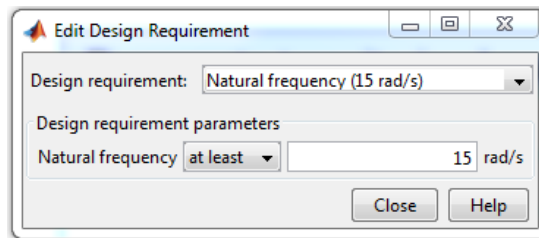


Figura 12: Requisito indicado a *rltool*.

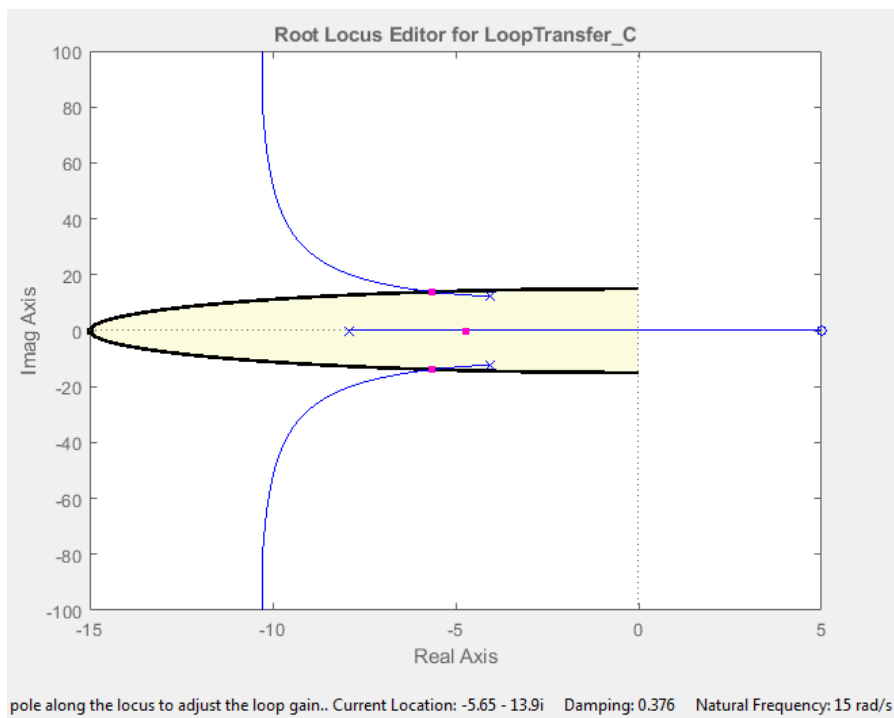


Figura 13: Posición de los ceros y polos de GLC(s) con el requisito de indicado en la *Figura 12* (área amarilla $\omega_n < 15$ rad/s y área blanca $\omega_n > 15$ rad/s) hacia la derecha.

Colocamos el polo complejo conjugado sobre la frontera entre las dos áreas y observamos las características del polo en la parte inferior de *rltool*. Se puede observar que la frecuencia natural del polo complejo conjugado actual es 15 rad/s cumpliendo la condición especificada.

Para que se cumpla la condición de 15 rad/s, el valor de K es 49.442.

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  49.442
```

Figura 14: Valor de K para la condición $\omega_n = 15$ rad/s.

Los polos de la función de transferencia para cumplir la condición actual es:

Polo complejo conjugado: $-5.65 \pm 13.9j$

Polo simple: -4.7

- 4) Calcular el valor de K que hace que el sistema tenga, para una entrada escalón, una sobre-elongación menor que el 50% y un tiempo de asentamiento inferior a 5 segundos. Comprobar que se cumplen dichas condiciones gráficamente.

Procedemos a indicar las características del enunciado en *rltool*.

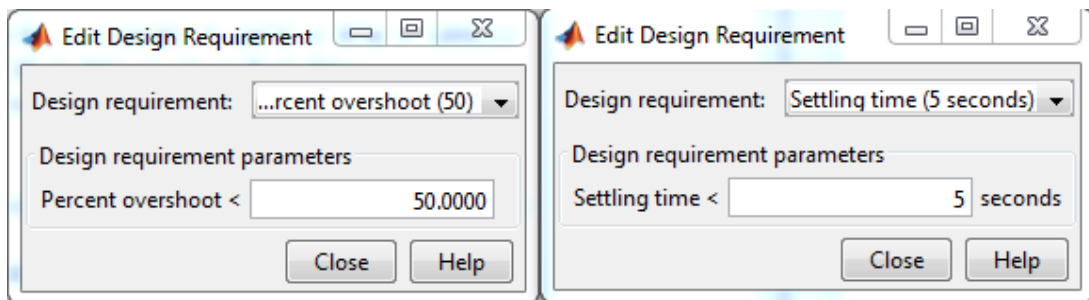


Figura 15: Característica de sobre-elongación menor del 50% (izquierda) y tiempo de asentamiento menor a 5 segundos (derecha).

Una vez establecidas las características, obtendremos un área blanca en *rltool* donde se cumplen ambas condiciones y área amarilla donde no se cumplen una de las condiciones o las dos condiciones. Procedemos a observar la respuesta a la entrada escalón con el polo dominante en la frontera y el polo dominante alejado de la frontera.

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  195.69
```

Figura 16: Valor de K en la frontera para cumplir las condiciones indicadas en el enunciado.

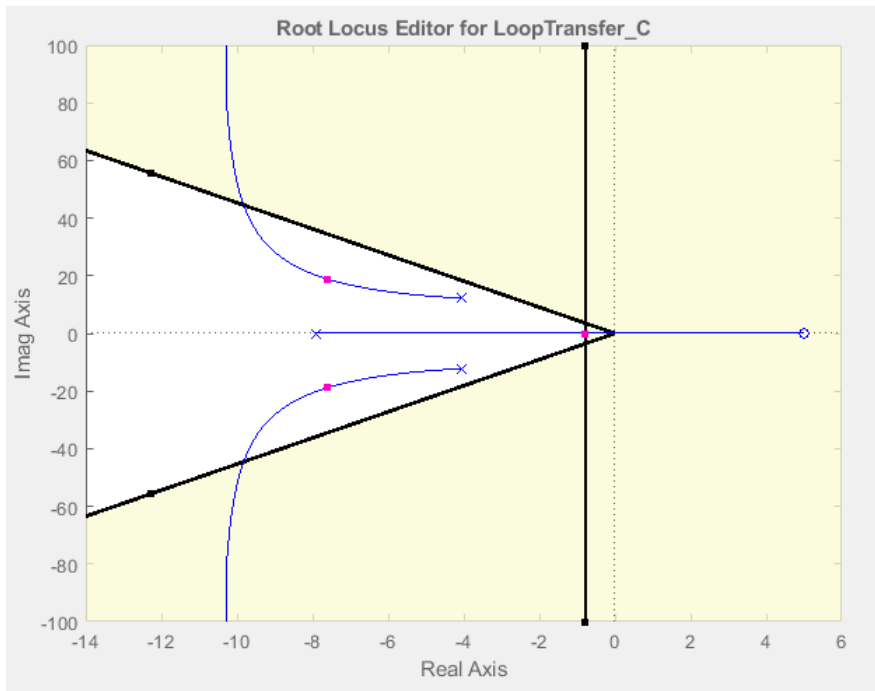


Figura 17: Posición de los ceros y polos de $G_L(s)$ con el requisito de indicado en la Figura 15 (área amarilla no cumple condiciones y área blanca cumple condiciones). Justo en el límite.

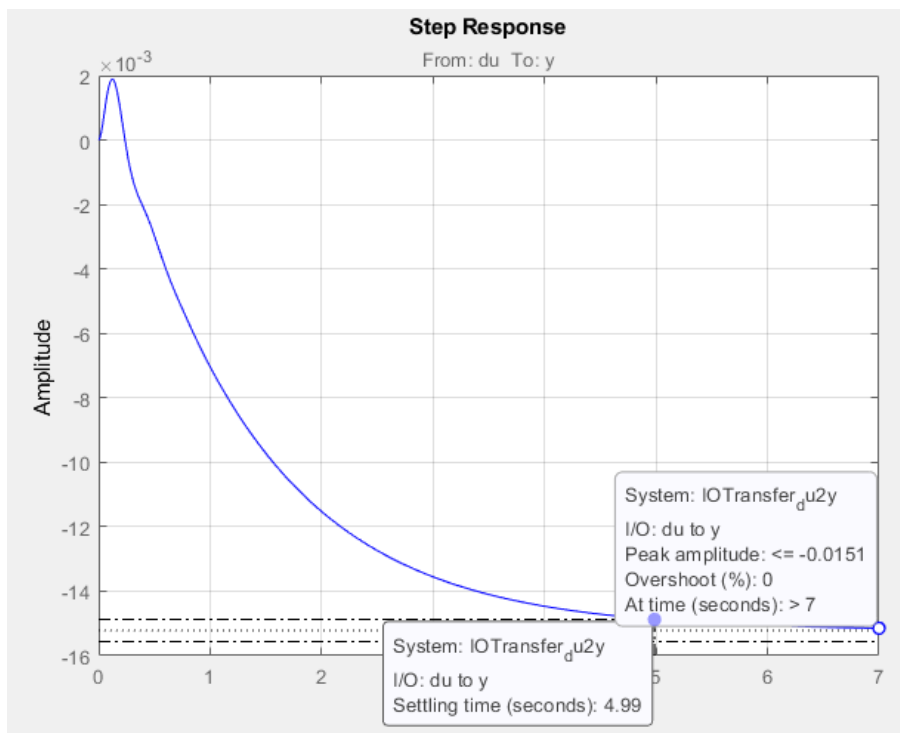


Figura 18: Respuesta a la entrada escalón de la Figura 17.

Podemos observar que ambas condiciones se cumplen, es decir, el tiempo de asentamiento es aproximadamente 5 segundos ($4.99 \text{ s} < 5 \text{ s}$) y el valor de sobreelongación es menor a 50%, más concretamente en este caso el valor de sobreelongación es 0%.

TEC 3: Estabilidad

Ahora procedemos a mover los polos más centrado en el área blanca y observar si se cumplen las condiciones.

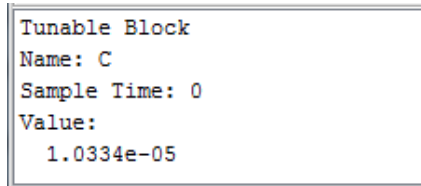


Figura 19: Valor de K más centrado en el área blanca para cumplir las condiciones indicadas en el enunciado.

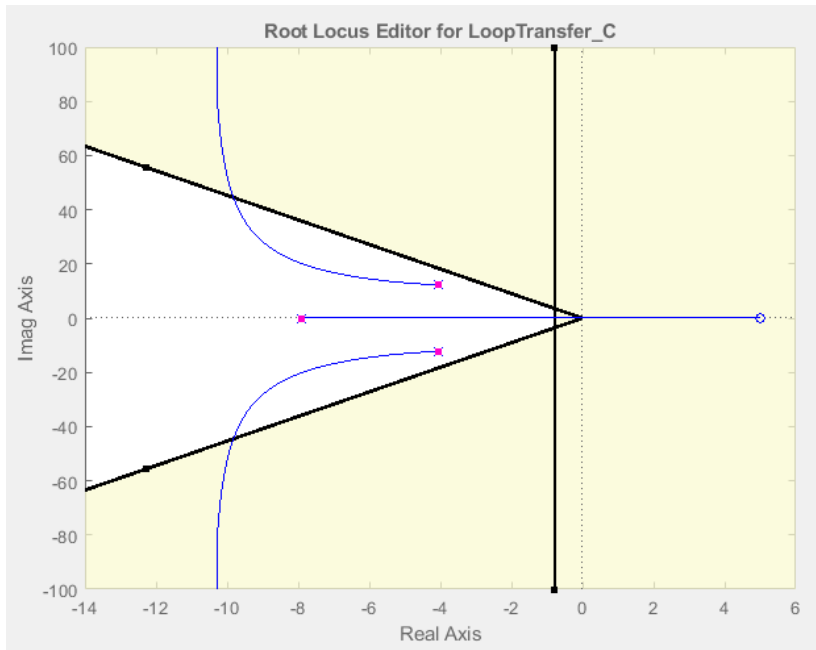


Figura 20: Posición de los ceros y polos de $G_{LC}(s)$ con el requisito de indicado en la Figura 15 (área amarilla no cumple condiciones y área blanca cumple condiciones). Adentrado en el área blanca.

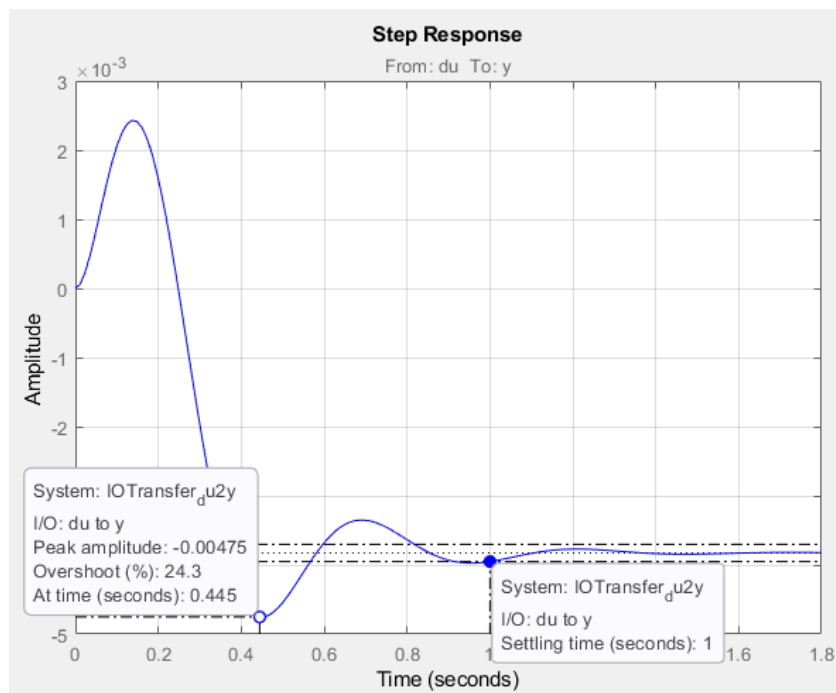


Figura 21: Respuesta a la entrada escalón de la Figura 20.

TEC 3: Estabilidad

Podemos observar que se siguen cumpliendo las condiciones establecidas, es decir, el tiempo de asentamiento es $1 \text{ s} < 5 \text{ s}$, y la sobre-elongación es $24.3\% < 50\%$.

En conclusión, el rango de K para que se cumpla las condiciones del enunciado es aproximadamente $K < 195,69$.

Rango de K para cumplir el apartado: $K < 195.69$

TAREA 2: Entregar la solución al ejercicio al ejercicio $E=5+\text{mod}(\text{dni},2)$ de la Hoja de Ejercicios 3. Es decir, elegir, utilizando la función de Matlab indicada y el dni del alumno, un ejercicio entre los ejercicios 5 y 6.

Realizamos el cálculo con el número de DNI para obtener el ejercicio a realizar. En mi caso, el ejercicio es el número 5.

EJERCICIO 5: Dado el sistema en lazo abierto $G(z)$, representar su lugar de las raíces, analizar la estabilidad y caracterizar el comportamiento en lazo cerrado de las diferentes secciones del lugar de las raíces.

$$G(z) = \frac{K(z + 0.8)}{(z - 0.2)(z^2 - 0.6z + 0.59)}$$

Procedemos a obtener el lugar de las raíces con la instrucción `rltool`.

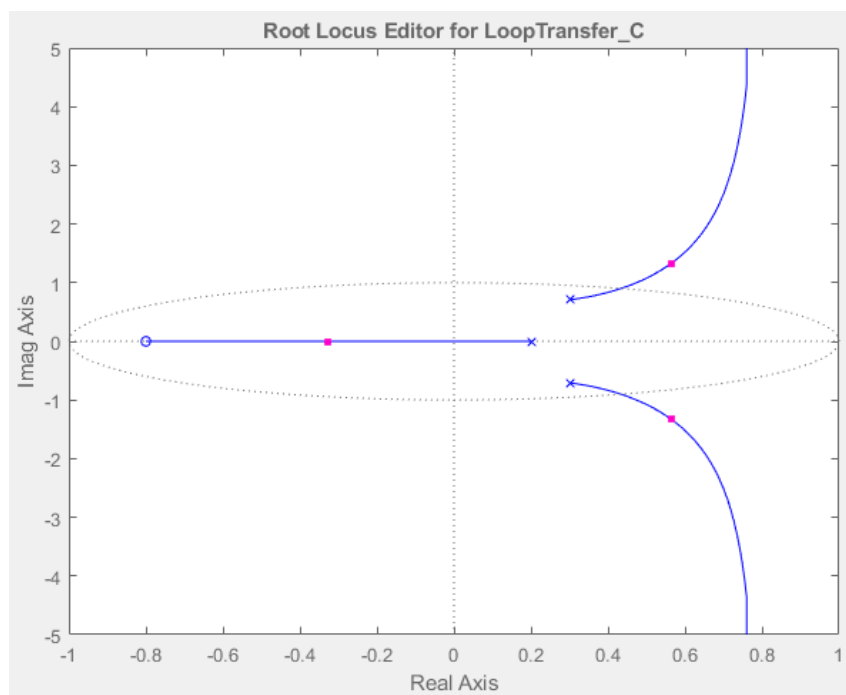


Figura 22: Posición de los ceros y los polos de $G(z)$ para $K = 1$.

TEC 3: Estabilidad

Podemos observar que para $K = 1$, tenemos el polo complejo conjugado fuera del círculo unidad convirtiendo el sistema en un sistema inestable.

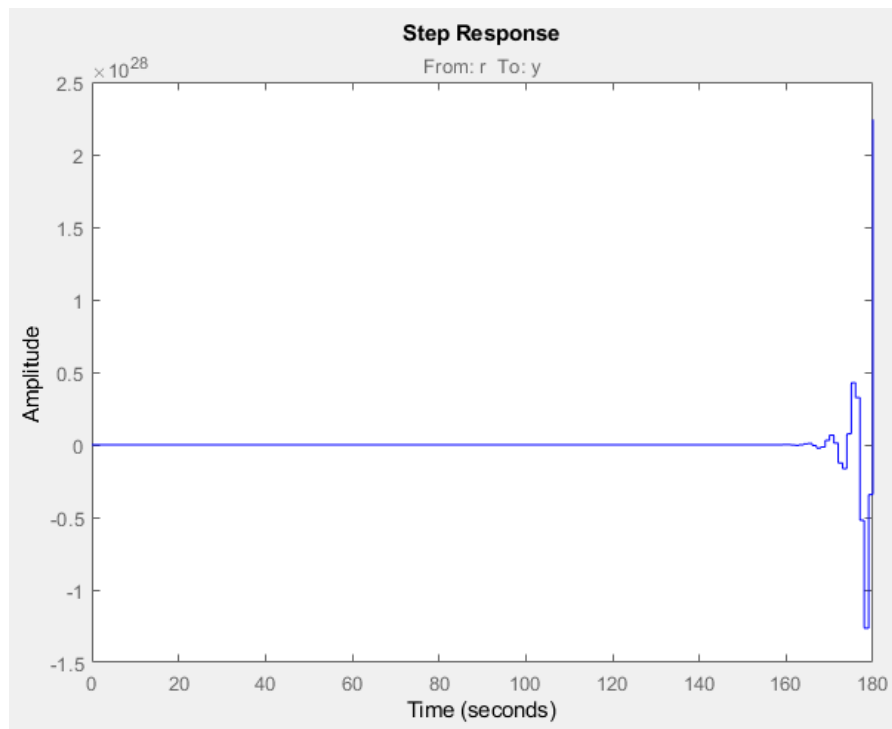


Figura 23: Respuesta a la entrada escalón del sistema $G(z)$ con $K = 1$.

La respuesta a la entrada escalón confirma que es un sistema inestable ya que no tiende a ningún valor concreto, a medida que aumenta el tiempo, la amplitud también aumenta.

El siguiente paso es obtener el rango de K para que el sistema sea estable. Para que el sistema sea estable, todos los polos deben estar dentro del círculo unidad (el círculo unidad posee un radio de 1).

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 1
Value:
  0.2003
```

Figura 24: Valor de K en el límite de la estabilidad

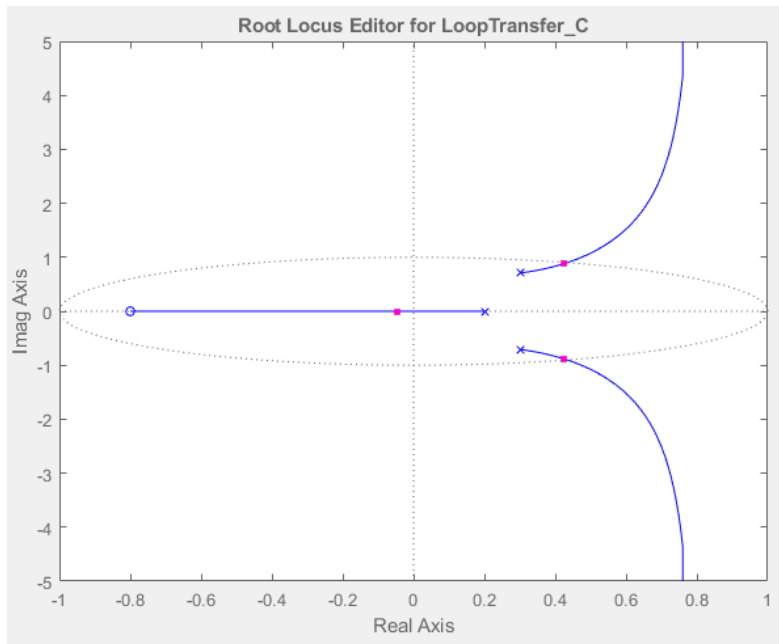


Figura 25: Posición de los ceros y los polos de $G(z)$ en el límite de la estabilidad (Para $K = 0.2003$ de la Figura 24).

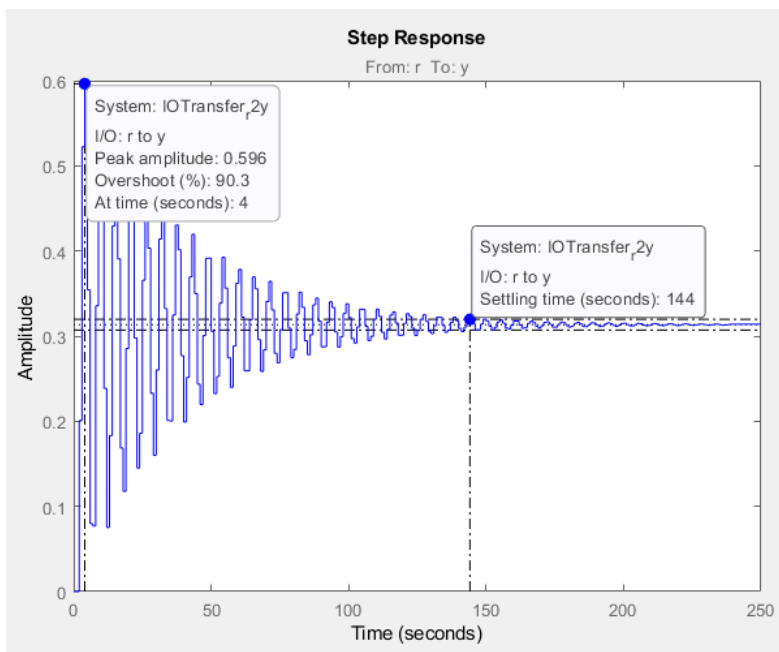


Figura 26: Respuesta a la entrada escalón del sistema $G(z)$ con K en el límite de la estabilidad ($K = 0.2003$).

También se puede apreciar que el sistema ya no se volverá inestable si K sigue disminuyendo, y podemos asegurar que el sistema es estable para $K \leq 0.2003$

Estabilidad sistema: $K \leq 0.2003$

Por último, observare la amplitud del sistema para K menor al límite de la estabilidad:

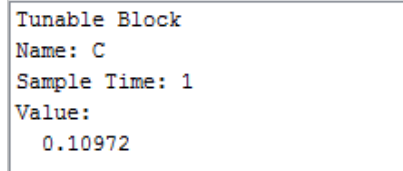


Figura 27: Valor de K.

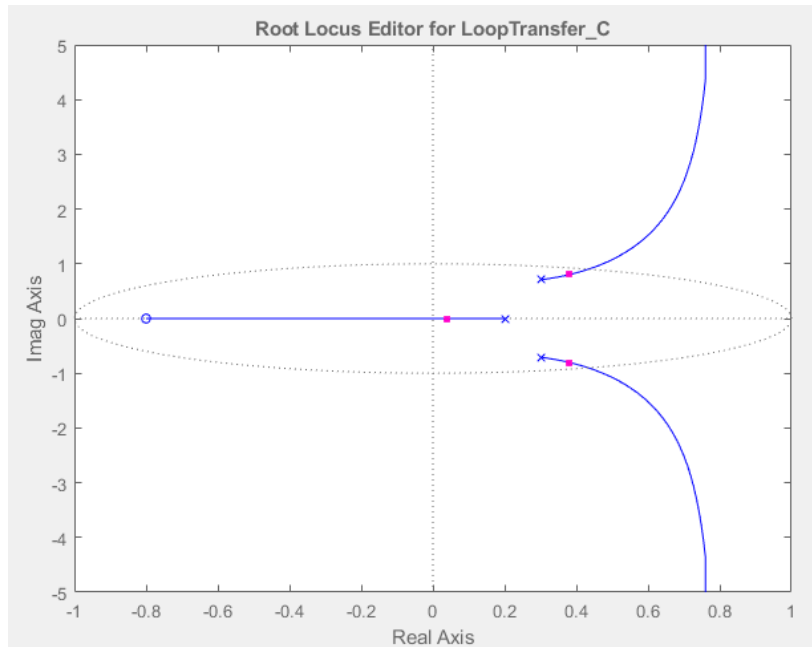


Figura 28: Posición de los ceros y los polos de $G(z)$ para $K = 0.10972$ de la Figura 27.

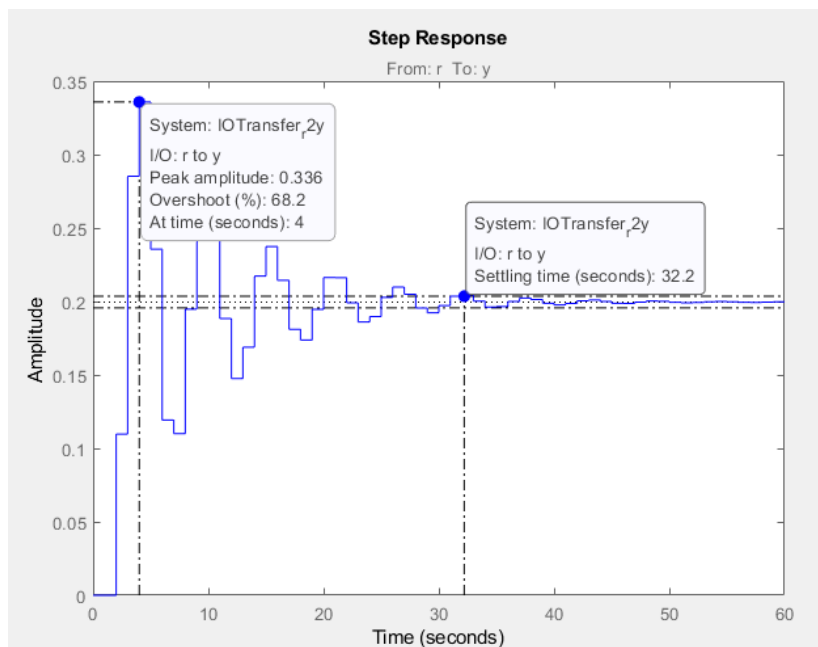


Figura 29: Respuesta a la entrada escalón del sistema $G(z)$ con $K = 0.10972$ de la Figura 27.

Observando la respuesta a la entrada escalón para K en el límite de la estabilidad y para K menor del límite de la estabilidad, se puede asegurar que disminuyendo el valor de K , el valor

TEC 3: Estabilidad

de la sobre-elongación disminuye, al igual que disminuye el valor de amplitud de pico. Como era de esperar, el tiempo de pico se mantiene constante, pero el tiempo de asentamiento disminuye a medida que el valor de K disminuye.

En conclusión, la sobre-elongación, amplitud de pico y tiempo de asentamiento es directamente proporcional a K (Si K disminuye, los demás también), y el tiempo de pico es constante.

TAREA 3: Entregar la solución al ejercicio al ejercicio $E=7+\text{mod}(\text{dni},2)$ de la Hoja de Ejercicios 3. Es decir, elegir, utilizando la función de Matlab indicada y el dni del alumno, un ejercicio entre los ejercicios 7 y 8.

Realizamos el cálculo con el número de DNI para obtener el ejercicio a realizar. En mi caso, el ejercicio es el número 7.

EJERCICIO 7: Calcular el lugar de las raíces de la planta $G(s)$, realimentada unitariamente. Determinar sobre dicho lugar diferentes restricciones sobre la respuesta a la entrada escalón (tiempo de asentamiento, tiempo de pico, sobre-elongación).

$$G(s) = \frac{Ks}{(s+5)^3}$$

Procedemos a analizar la posición de los ceros y los polos de la planta $G(s)$ y su respuesta a la entrada escalón a través de la instrucción *rtool*.

Empezamos con un valor de $K = 1$ y después observaremos con un valor de $K < 1$ y $K > 1$, el valor de la sobre-elongación, tiempo de asentamiento y tiempo de pico, y obtendremos una tendencia de dichas características respecto al valor de K.

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  1
```

Figura 30: Valor de K.

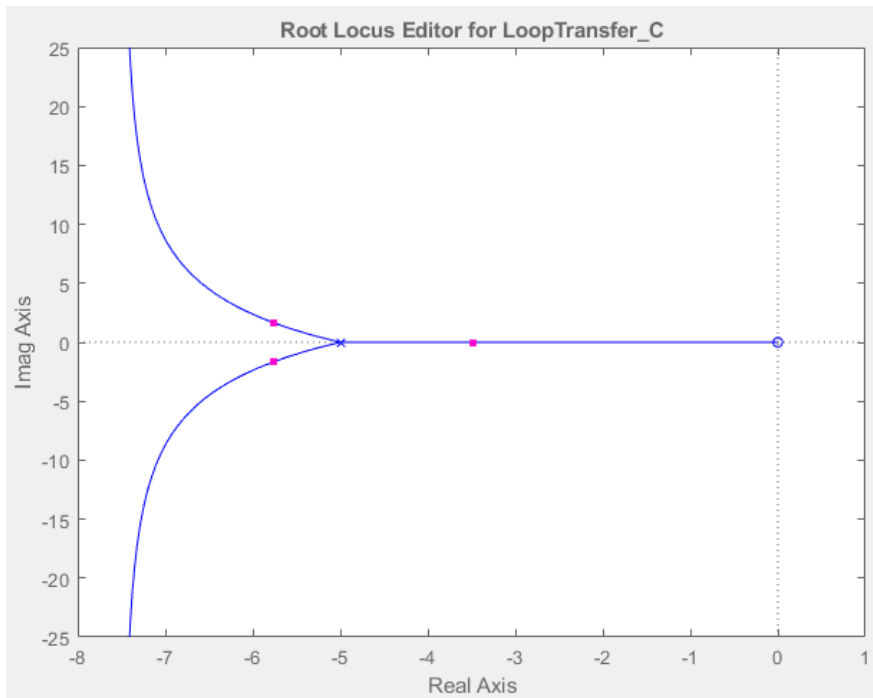


Figura 31: Posición de los ceros y los polos de $G(s)$ con $K = 1$.

Para empezar se puede apreciar que el sistema es estable para cualquier valor de K debido a que posee una línea de tendencia entre -5 y 0 , y dos líneas de tendencia que empiezan en -5 y tienden hacia $\pm\infty$ del eje imaginario en entre -8 y -7 aproximadamente del eje real.

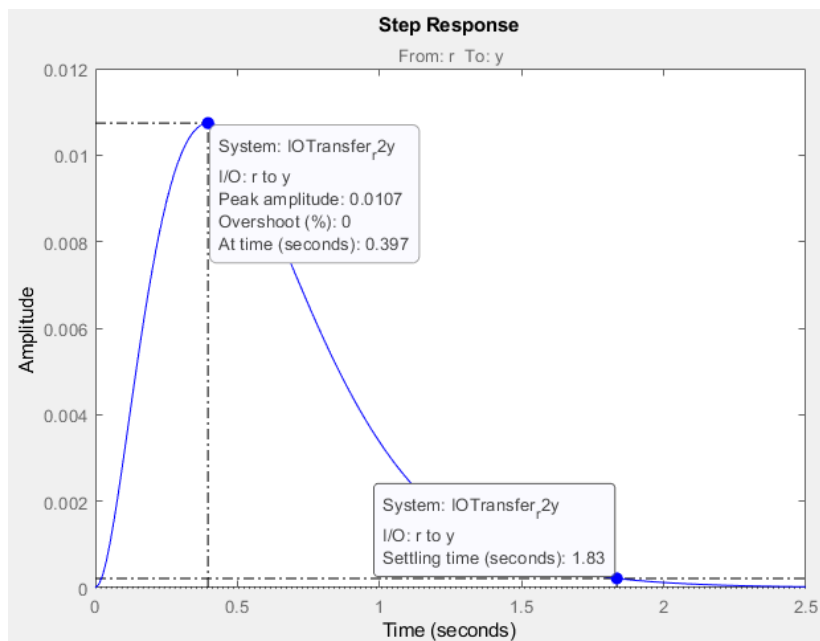


Figura 32: Respuesta a la entrada escalón de $G(s)$ con $K = 1$.

$$G(s) \text{ con } K = 1 \left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo de asentamiento: } t_s = 1.83 \text{ s} \\ \text{Tiempo de pico: } t_p = 0.397 \text{ s} \\ \text{Sobre - elongación: } M_p = 0\% \end{array} \right.$$

TEC 3: Estabilidad

Procedemos a observar la respuesta a la entrada escalón con $K < 1$.

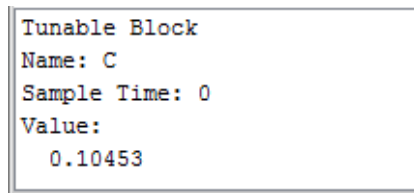


Figura 33: Valor de K.

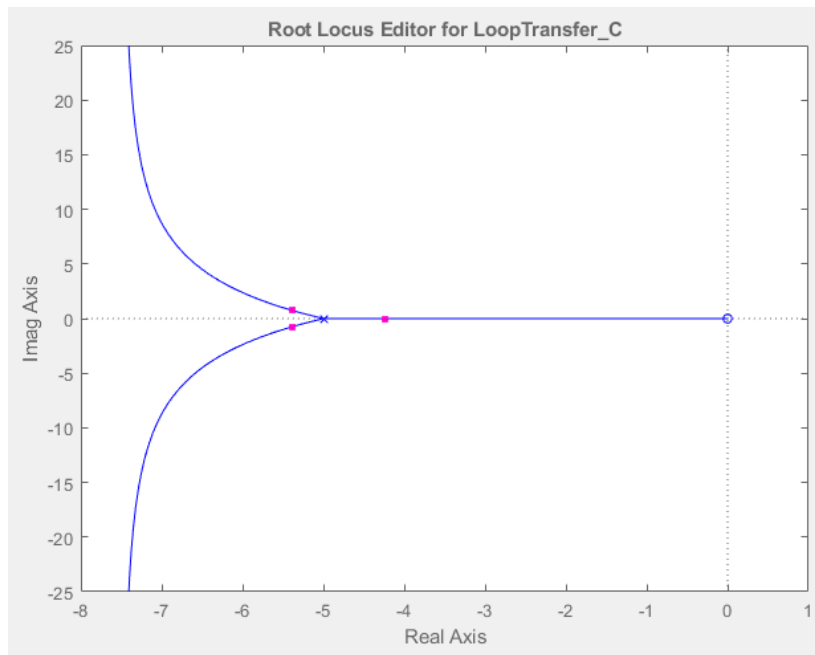


Figura 34: Posición de los ceros y los polos de $G(s)$ con $K = 0.10453$

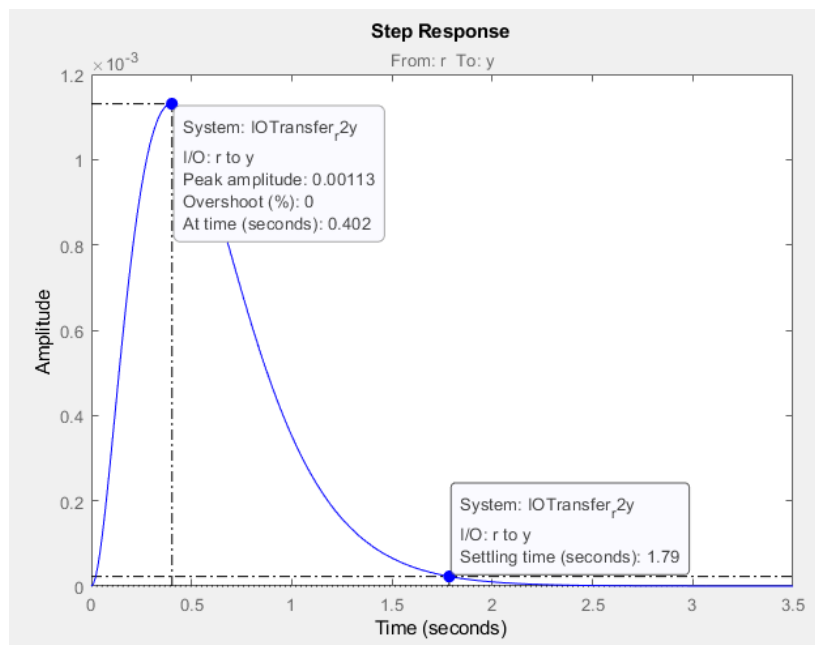


Figura 35: Respuesta a la entrada escalón de $G(s)$ con $K = 0.10453$

TEC 3: Estabilidad

$G(s)$ con $K = 0.10453$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo de asentamiento: } t_s = 1.79 \text{ s} \\ \text{Tiempo de pico: } t_p = 0.402 \text{ s} \\ \text{Sobre - elongación: } M_p = 0\% \end{array} \right.$

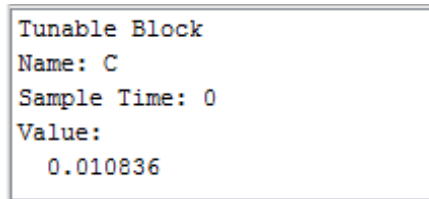


Figura 36: Valor de K.

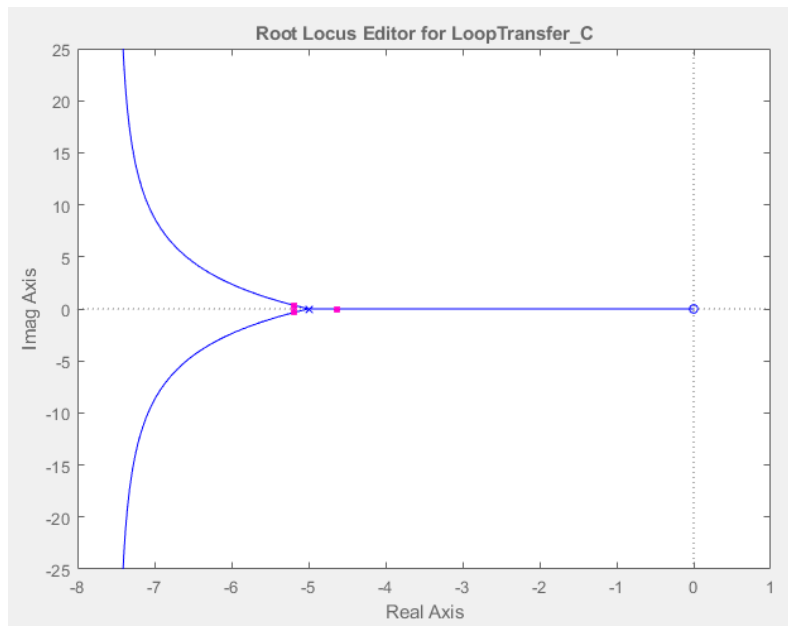


Figura 37: Posición de los ceros y los polos de $G(s)$ con $K = 0.010836$

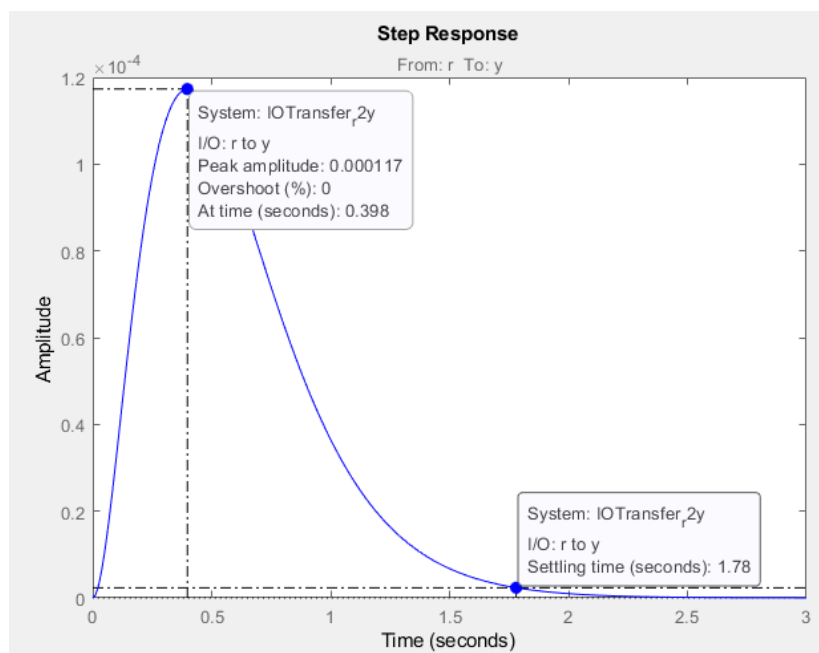


Figura 38: Respuesta a la entrada escalón de $G(s)$ con $K = 0.010836$

TEC 3: Estabilidad

$$G(s) \text{ con } K = 0.010836 \begin{cases} \text{Tiempo de asentamiento: } t_s = 1.78 \text{ s} \\ \text{Tiempo de pico: } t_p = 0.398 \text{ s} \\ \text{Sobre - elongación: } M_p = 0\% \end{cases}$$

Por último, analizamos el sistema para $K > 1$.

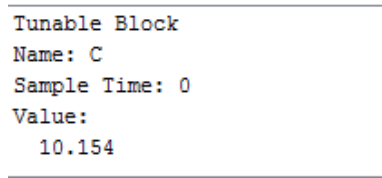


Figura 39: Valor de K.

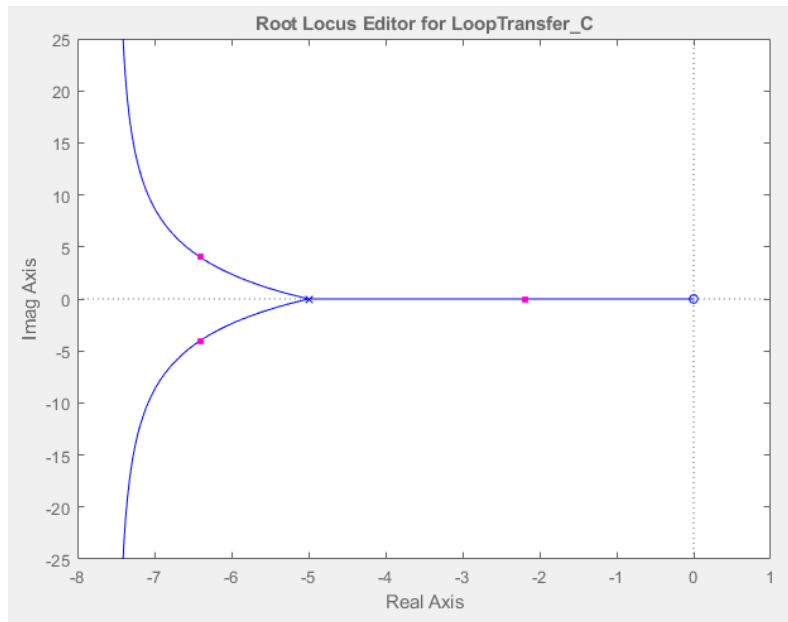


Figura 40: Posición de los ceros y los polos de $G(s)$ con $K = 10.154$

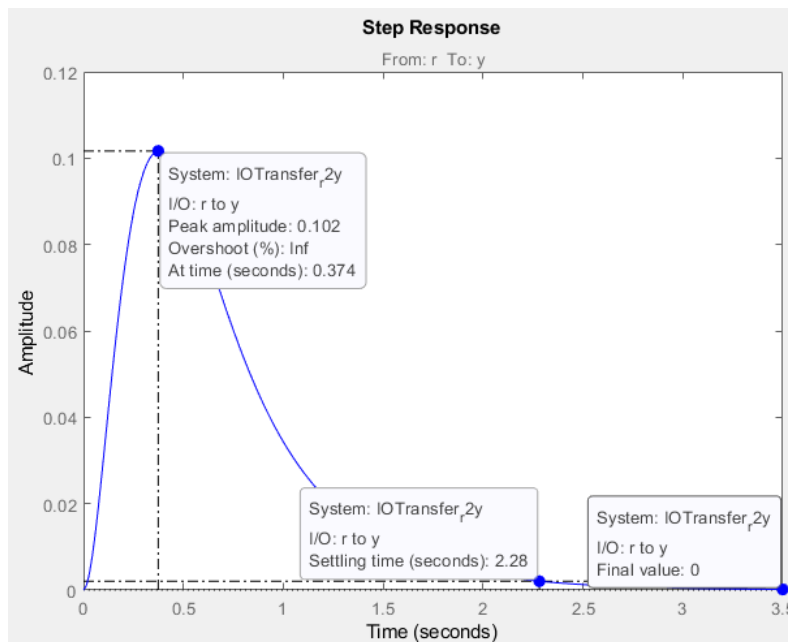


Figura 41: Respuesta a la entrada escalón de $G(s)$ con $K = 10.154$

TEC 3: Estabilidad

$$G(s) \text{ con } K = 10.154 \left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo de asentamiento: } t_s = 2.28 \text{ s} \\ \text{Tiempo de pico: } t_p = 0.374 \text{ s} \\ \text{Sobre - elongación: } M_P = \infty\% \end{array} \right.$$

Cabe destacar que aunque las características indican que la sobre-elongación es infinita, el valor calculado es el siguiente:

$$M_P = \frac{\text{ValorPico} - \text{ValorEstacionario}}{\text{ValorEstacionario}} = \frac{0.102 - 0}{0} = 0\%$$

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  99.832
```

Figura 42: Valor de K.

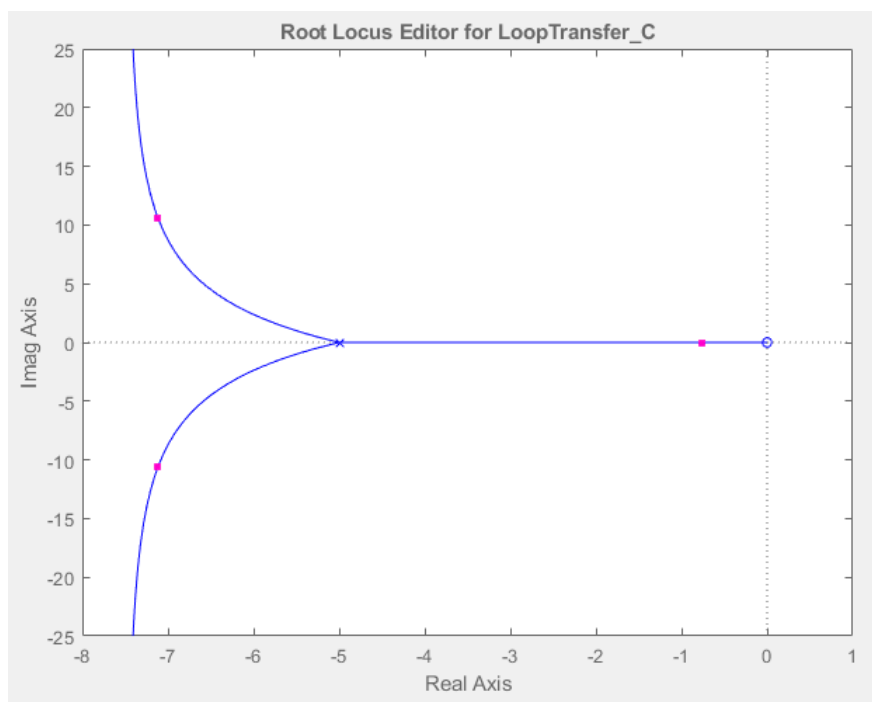


Figura 43: Posición de los ceros y los polos de G(s) con K = 99.832

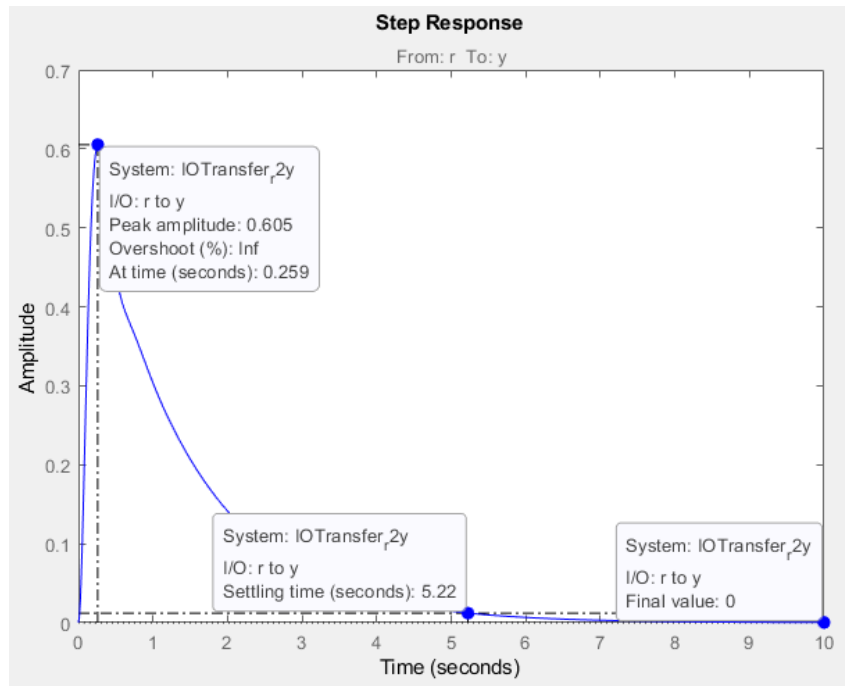


Figura 44: Respuesta a la entrada escalón de $G(s)$ con $K = 99.832$

$$G(s) \text{ con } K = 99.832 \begin{cases} \text{Tiempo de asentamiento: } t_s = 5.22 \text{ s} \\ \text{Tiempo de pico: } t_p = 0.259 \text{ s} \\ \text{Sobre - elongación: } M_p = \infty\% \end{cases}$$

Cabe destacar que aunque las características indican que la sobre-elongación es infinita, el valor calculado es el siguiente:

$$M_p = \frac{\text{ValorPico} - \text{ValorEstacionario}}{\text{ValorEstacionario}} = \frac{0.605 - 0}{0} = 0\%$$

Procedemos a realizar una tabla con todos los valores obtenidos:

K	Tiempo de asentamiento (s)	Tiempo de pico (s)	Sobre-elongación (%)
0.010836	1.78	0.398	0
0.10453	1.79	0.402	0
1	1.83	0.397	0
10.154	2.28	0.374	0
99.832	5.22	0.259	0

Tabla 1: Valores obtenidos de las Figuras 32, 35, 38, 41 y 44.

Como podíamos intuir, si el valor de K aumenta, el valor del tiempo de asentamiento y tiempo de pico también aumentan (son directamente proporcionales con K) y el valor de sobre-elongación es constante con 0% debido a que el valor del estacionario es siempre 0 y aplicando

TEC 3: Estabilidad

la siguiente formula (M_p), si el valor en el estacionario es 0, el valor de sobre-elongación es 0 independientemente del valor de amplitud de pico.

$$M_p = \frac{\text{ValorPico} - \text{ValorEstacionario}}{\text{ValorEstacionario}}$$